

## DISPENSA NUMERI MULTIPLI, DIVISORI, PRIMI, MCD E mcm

### DEFINIZIONI

#### Multiplo di un numero

Scegliendo un numero e moltiplicandolo per la serie di tutti i numeri naturali ottengo i suoi multipli.

Es

i multipli di 5 sono  $5*1, 5*2, 5*3, 5*4 \dots\dots$  cioè 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55.....ecc

es

insieme dei multipli di 8

$M(8)=\{8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,88,96,\dots\dots\}$

#### OSSERVAZIONI SUI MULTIPLI:

I numeri hanno *infiniti* multipli

eccezione: lo zero ha come unico multiplo Zero

$M(0)=\{0\}$  Infatti zero è elemento assorbente nella moltiplicazione

I multipli di 1 sono l'intera serie di numeri naturali

I multipli di 2 sono tutti numeri pari

I multipli di 3 hanno la somma delle cifre che è divisibile per 3

I multipli di 5 terminano con la cifra 0 o 5

I multipli di 10 terminano con zero 0

I multipli di 100 terminano con almeno due zero 00

I multipli di 1000 terminano con almeno tre zero 000

#### Divisore di un numero

I divisori

I divisori di un numero sono tutti i suoi sottomultipli cioè i numeri che posso utilizzare come divisori di una divisione che ha come risultato un numero intero, senza virgola.

Es

i divisori di 4 sono

$D(4)=\{1,2,4\}$

perchè  $4:1=4$   $4:2=2$   $4:4=1$

3 non è divisore di 4 perchè  $4:3=1,333\dots$

#### OSSERVAZIONI SUI DIVISORI

I divisori sono sempre minori o uguali al numero stesso

Zero non è divisore di nessun numero

1 è divisore di TUTT i in numeri

Il numero stesso è sempre divisore

es

divisori di 15

1,3,5,15

I divisori posso trovarli come elencazione:

Se scrivo la scomposizione in fattori primi di un numero e scrivo tutte le combinazioni possibili posso trovare tutti i divisori di un numero

es divisori di 12:

posso cercarli uno ad uno: controllo i numeri da 1 a 12, uno ad uno, cerchio quelli che sono divisori cioè quelli che hanno un risultato intero della divisione.

Posso anche cercarli utilizzando la scomposizione in fattori primi

es  $12 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

I divisori saranno 1;  $1 \cdot 2$ ;  $1 \cdot 3$ ;  $2 \cdot 2$ ;  $2 \cdot 3$ ;  $2 \cdot 2 \cdot 3$  cioè 1,2,3,4,6,12.

I divisori sono in numero FINITO.

Numeri primi e composti

Si chiama numero primo un numero che ha solo due divisori: 1 e SE STESSO

1 non è numero primo per definizione

I numeri primi da 1 a 20 vanno conosciuti:

1,3,5,7,11,13,17,19.

Per i numeri primi superiori a 20 utilizzo la tabella in fondo al libro dei numeri primi fino a 5000.

I numeri composti hanno più di due divisori.

Scomposizione in fattori primi o fattorizzazione: scompongo un numero in una moltiplicazione (proprietà dissociativa) che contenga fattori che siano solo numeri primi. Utilizzo le potenze.

## MASSIMO COMUN DIVISORE MCD

Il **Massimo Comune Divisore** di due o più numeri: è il più grande dei loro divisori comuni.

Esistono due metodi per determinare il M.C.D di due o più numeri:

- INSIEMI: Elencazione o Diagrammi di Eulero-Venn (nell'intersezione si mettono i divisori comuni ai numeri)
- **Metodo della scomposizione in fattori primi**

Il metodo più efficiente e meno laborioso soprattutto per numeri grandi è quello della scomposizione in fattori primi

### REGOLA MCD

Per calcolare il M.C.D. Di due o più numeri con il **metodo della fattorizzazione**, si scompongono i numeri dati in fattori primi e si moltiplicano i fattori **comuni** a tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente **minore**.

Esempio:

M.C.D. di 140 e 168

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

I fattori in comune sono 2 e 7; 2 compare con esponente 2 e 3: scelgo l'esponente minore cioè 2 quindi moltiplico i fattori  $2^2$  e 7 per ottenere l'MCD

$$\text{M.C.D}(140,168) = 2^2 \cdot 7 = 28$$

**definizione:** Due o più numeri si dicono primi fra loro se il loro M.C.D. è uguale a 1 cioè SE HANNO come unico DIVISORE IN COMUNE 1

Due numeri primi sono sempre primi fra loro es 7 e 11

Due numeri primi fra loro non sono necessariamente numeri primi es 77 e 10

Due numeri consecutivi sono sempre primi fra loro es 22 3 23; oppure 145 e 146 ecc...

## REGOLE PER IL CALCOLO DELL'MCD VELOCE

1 caso

MCD fra due numeri primi:  $MCD=1$

es  $MCD(3;5)=1$

2 caso

MCD fra due numeri primi fra loro:  $MCD=1$

es  $MCD(7,8)=1$

3 caso (non necessario!)

MCD fra due numeri uguali: MCD è il numero stesso

es  $MCD(9;9)=9$

$MCD(a;a)=a$

4 caso

MCD di due numeri uno multiplo dell'altro.  $MCD=$ il numero più piccolo cioè il sottomultiplo

es  $MCD(4;16)=4$

$MCD(7;35)=7$

$MCD(a;2a)=a$

$MCD(a;3a)=a$

5 caso

MCD fra un numero e 1. MCD è 1

$MCD(18;1)=1$

$MCD(a;1)=1$

OSSERVAZIONI

MCD è sempre più piccolo o uguale ai numeri dati

UTILITA' DELL'MCD:

IL CALCOLO DELL'MCD E' UTILE PER LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI DI ARITMETICA IN CUI SI DEBBA DIVIDERE DIVERSI OGGETTI IN RAGGRUPPAMENTI UGUALI (DIVISORI UGUALI).

### minimo comune multiplo mcm

Il **minimo comune multiplo** di due o più numeri: è il più PICCOLO dei loro multipli comuni.

Esistono due metodi per determinare il m.c.m di due o più numeri:

- **INSIEMI**: Elencazione o Diagrammi di Eulero-Venn (nell'intersezione si mettono i MULTIPLI comuni ai numeri che sono infiniti!!....)

- **Metodo della scomposizione in fattori primi**

Il metodo più efficiente e meno laborioso soprattutto per numeri grandi è quello della scomposizione in fattori primi

Per calcolare il m.c.m. Di due o più numeri con il **metodo della fattorizzazione**, si scompongono i numeri dati in fattori primi e si moltiplicano i **TUTTI** i fattori (comuni e non) di tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente **MAGGIORE**.

Esempio:

m.c.m. di 140 e 168

$$140 = 2^2 * 5 * 7$$

$$168 = 2^3 * 3 * 7$$

I fattori presenti sono 2,3,5,7; 2 compare con esponente 2 e 3: scelgo l'esponente maggiore cioè 3 quindi moltiplico i fattori  $2^3$  e 7 e 5 e 3 per ottenere l'mcm

$$\text{mcm}(140,168) = 3 * 2^3 * 5 * 7 = 840$$

#### OSSERVAZIONI

I MULTIPLI sono infiniti, anche i multipli in comune sono infiniti

mcm e' sempre maggiore o uguale ai numeri di partenza

1 è mcm solo di 1 e se stesso

mcm esiste sempre: se due numeri non hanno divisori in comune li moltiplico fra loro per ottenere mcm

mcm fra un numero e zero è zero (ma non sarà n calcolo utile!)

#### REGOLE PER IL CALCOLO DELL'MCD VELOCE

1 caso

mcm fra due numeri primi: mcm= è il prodotto fra i due numeri

$$\text{es mcm}(3;5) = 3*5=15$$

2 caso

mcm fra due numeri primi fra loro: mcm=è il prodotto fra i due numeri

$$\text{es mcm}(7,8)=7*8=56$$

3 caso (non necessario!)

mcm fra due numeri uguali: mcm è il numero stesso

$$\text{es mcm}(9;9)=9$$

$$\text{mcm}(a;a)=a$$

in questo caso! MCD=mcm

4 caso

mcm di due numeri uno multiplo dell'altro. mcm=il numero più GRANDE perchè è già multiplo del primo

$$\text{es mcm}(4;16)=16$$

$$\text{mcm}(7;35)=35$$

$$\text{mcm}(a;2a)=2a$$

$$\text{mcm}(a;3a)=3a$$

5 caso

fra più numeri: per calcolare l'mcm posso calcolare l'mcm a coppie;

$$\text{esempio: mcm}(3,4,5)$$

trovo prima mcm fra (3,4) poi fra il risultato e 5.

per trovare mcm fra più numeri: se compaiono due numeri uno multiplo dell'altro posso automaticamente eliminare il più piccolo perchè è già contenuto nel più grande (caso 4) esempio

mcm (3;6;4) posso eliminare 3 perchè tra 3 e 6 mcm è 6 e concentrarmi calcolando direttamente mcm (6;4)

6 caso

mcm fra un numero e 1

mcm è il numero stesso

es

mcm (18;1)=18

mcm (a;1)=a

UTILITA' DELL'mcm:

IL CALCOLO DELL'mcm E' UTILE PER LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI DI ARITMETICA MA E' IMPORTANTISSIMO NELLE OPERAZIONI TRA LE FRAZIONI!!!!

Esempio coppie numeri	MCD	mcm
5,5	5	5
1,6	1	6
2,3 Numeri primi	1	2*3=6 Il prodotto
21,22 Primi fra loro	1	22*23=506 Il prodotto
0,6 Zero e n	Non esiste	0
4,20 Coppia di multipli	4 il più piccolo	20 il più grande
500,22 500=5 <sup>3</sup> *2 <sup>2</sup> 22=2*11	Fattorizzazione: fattori comuni col minimo esponente 2	Fattorizzazione: TUTTI fattori con esponente MASSIMO 2 <sup>2</sup> *5 <sup>3</sup> *11